Transmission de données sur un bus CAN dans une voiture

Fiche synthétique de l'activité

- ✓ *Modules concernés :* fonction d'une variable réelle, calcul intégral et séries de Fourier.
- ✓ *Thème :* exploitation de la décomposition d'un signal périodique en série de Fourier dans le cadre d'une situation issue de l'électronique.
- ✓ *Objectifs de l'activité :* mettre en valeur le lien entre la notion de série de Fourier et l'étude d'un signal dans le cadre d'une situation issue de l'électronique.
- ✓ *Prérequis nécessaires :* déterminer une expression d'une fonction affine à partir de sa représentation graphique.
- ✓ *Compétences visées :*

- s'informer (exemple dans l'activité proposée : extraire l'information utile contenue dans la présentation du problème) ;
- chercher (exemple dans l'activité proposée : chercher une démarche pour aboutir à l'encombrement spectral d'un signal carré dans la partie A) ;
- modéliser (exemples dans l'activité proposée : déterminer une expression de la fonction affine par morceaux associée à un signal trapézoïdal dans la partie B) ;
- raisonner/argumenter (exemple dans l'activité proposée : effectuer des liens entre les résultats numériques obtenus sur la série de Fourier obtenue et la valeur de l'encombrement spectral correspondant) ;
- calculer/illustrer/mettre en œuvre une stratégie (exemples dans l'activité proposée : utiliser un logiciel de calcul formel pour déterminer la série de Fourier associée à un signal carré ou trapézoïdal, mettre en œuvre les stratégies validées par l'enseignant à la question 2- de la partie A) ;
- communiquer (exemple dans l'activité proposée : exposer à l'enseignant les démarches à mettre en œuvre à la question 1- de la partie A).

- ✓ *Capacités du programme travaillées :*

- déterminer une intégrale à la main dans les cas simples et à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.
- déterminer et interpréter la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle.
- exploiter la représentation graphique d'une fonction T-périodique affine par morceaux pour en déterminer la périodicité, la parité et une expression sur une période ou sur une demi-période.
- calculer les coefficients de Fourier d'une fonction à la main dans le cas d'un signal en créneau et à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.

- ✓ *Outils logiciels :* un logiciel de calcul formel et éventuellement un logiciel de géométrie dynamique ou un tableur.
- ✓ *Approfondissements ou modifications possibles, différenciation :* voir propositions dans l'énoncé.
- ✓ *Interdisciplinarité :* oui (liaison avec les autres disciplines scientifiques et technologiques dont la physique-appliquée et l'électronique).

Activité

Avec la multiplicité des composants électroniques dans une voiture, les données sont numérisées et transmises par des bus : un bus est un ensemble de plusieurs conducteurs reliant des dispositifs électroniques et acheminant de concert un signal électrique d'une source vers un récepteur. La transmission d'un signal par un bus peut émettre des perturbations électromagnétiques.

Le bus le plus utilisé est le bus CAN (Controller Area Network). On peut y transmettre un signal numérisé comme une suite de « 0 » et de « 1 » logiques auxquels sont associées des niveaux de tension. On considère qu'un « 0 » est représenté par une tension de 5V et un « 1 » par une tension de 0V. Un exemple de morceau de trame correspondant à la suite « 100101 » est représenté à la figure 1, en supposant que la durée de transmission d'un bit est égale à 2 µs.

On étudie l'encombrement spectral du signal transmis sur un bus CAN. Pour le déterminer, on explicite le développement en série de Fourier du signal, on en déduit la plus grande harmonique dont l'amplitude est supérieure ou égale à 1% de l'amplitude de l'harmonique de rang 1 : l'encombrement spectral est alors défini comme la fréquence de cette plus grande harmonique. (On rappelle que la fréquence de l'harmonique $t \mapsto a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$ de rang n est $\dfrac{n\omega}{2\pi}$.)

Les perturbations électromagnétiques émises par le signal sont directement liées aux fréquences du signal : en limitant l'encombrement spectral du signal, on réduit l'espace des fréquences dans lequel on émet ces perturbations.

<u>Partie A : occupation en fréquence du signal « brut »</u>

Le cas où l'encombrement spectral est le plus grand correspond au signal qui varie le plus rapidement, c'est-à-dire au signal qui correspond à une suite alternée de « 0 » et de « 1 ». On considère donc le signal carré de période T = 4 µs et d'amplitude A = 5 V représenté à la figure 2.

1. Élaborer une stratégie qui permet d'aboutir à l'encombrement spectral de ce signal carré.

Appeler le professeur pour validation de cette stratégie

2. Une fois la stratégie validée par le professeur, déterminer l'encombrement spectral du signal carré précédent.

Appeler le professeur pour vérification

Piste de différenciation : on peut demander de déterminer l'encombrement spectral d'un signal carré de période quelconque T et d'amplitude quelconque A, en menant les calculs soit « à la main », soit à l'aide d'un logiciel de calcul formel.

<u>Partie B : occupation en fréquence du signal « modifié » (cas particulier)</u>

On étudie ici l'influence des temps de montée et de descente du signal sur l'encombrement spectral correspondant. Dans toute cette partie, on considère donc le signal trapézoïdal de période T = 4 µs, d'amplitude A = 5V et de temps de montée et de descente égaux à αT= 0,4 µs (on a : α = 0,1). Ce signal trapézoïdal est représenté à la figure 3.

On note f la fonction définie sur R dont la représentation graphique correspond au signal de la figure 3.

1- a) Déterminer une expression de f sur chacun des intervalles suivants : [0 ; 0,4[; [0,4 ; 2[; [2 ; 2,4[et [2,4 ; 4[.

Appeler le professeur pour vérification

b) Le développement en série de Fourier de la fonction f s'écrit : $S(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty}\left(a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)\right)$.

Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, donner une expression de a_n et de b_n (on pourra utiliser un logiciel de calcul formel pour le calcul des intégrales).

c) Vérifier que pour tout entier n pair et supérieur ou égal à 2, a_n =0 et b_n=0. Que peut-on en conclure sur les harmoniques de rang pair du signal trapézoïdal représenté à la figure 3 ?

Appeler le professeur pour vérification

2- a) Vérifier que pour tout entier naturel n impair, $a_n = \dfrac{50\cos(0,2n\pi) - 50}{n^2\pi^2}$ et $b_n = \dfrac{50\sin(0,2n\pi)}{n^2\pi^2}$.

b) On rappelle que, pour tout réel strictement positif w, l'amplitude du signal correspondant à la fonction $t \mapsto A\cos(wt) + B\sin(wt)$ est $\sqrt{A^2 + B^2}$. En déduire que pour tout entier naturel n impair, l'amplitude de l'harmonique de rang n est $\dfrac{100\left|\sin(0,1n\pi)\right|}{n^2\pi^2}$.

3- On néglige les harmoniques de rang supérieur ou égal à 20.

a) Déterminer l'encombrement spectral du signal trapézoïdal représenté à la figure 3.

b) En déduire s'il vaut mieux privilégier le signal carré de la figure 2 ou le signal trapézoïdal de la figure 3 pour limiter les perturbations électromagnétiques dues à la transmission du signal sur le bus CAN.

Appeler le professeur pour vérification

Figure 1 : morceau de trame correspondant à la suite 100101

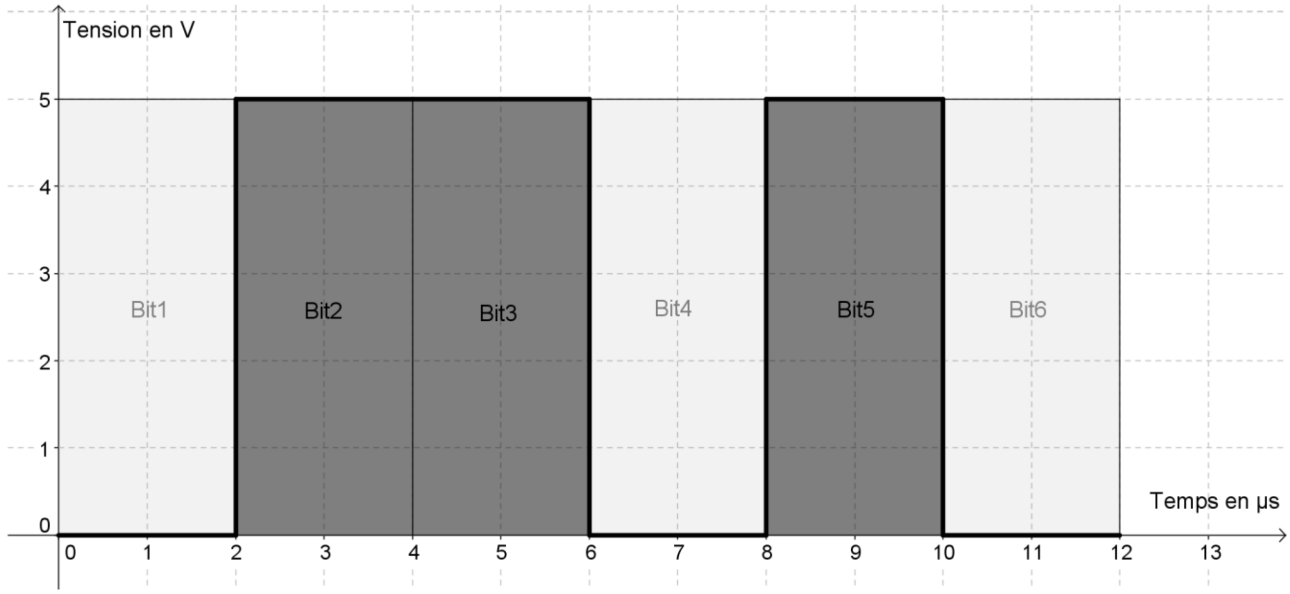

Figure 2 : représentation du signal carré de période T = 4 µs et d'amplitude A = 5 V

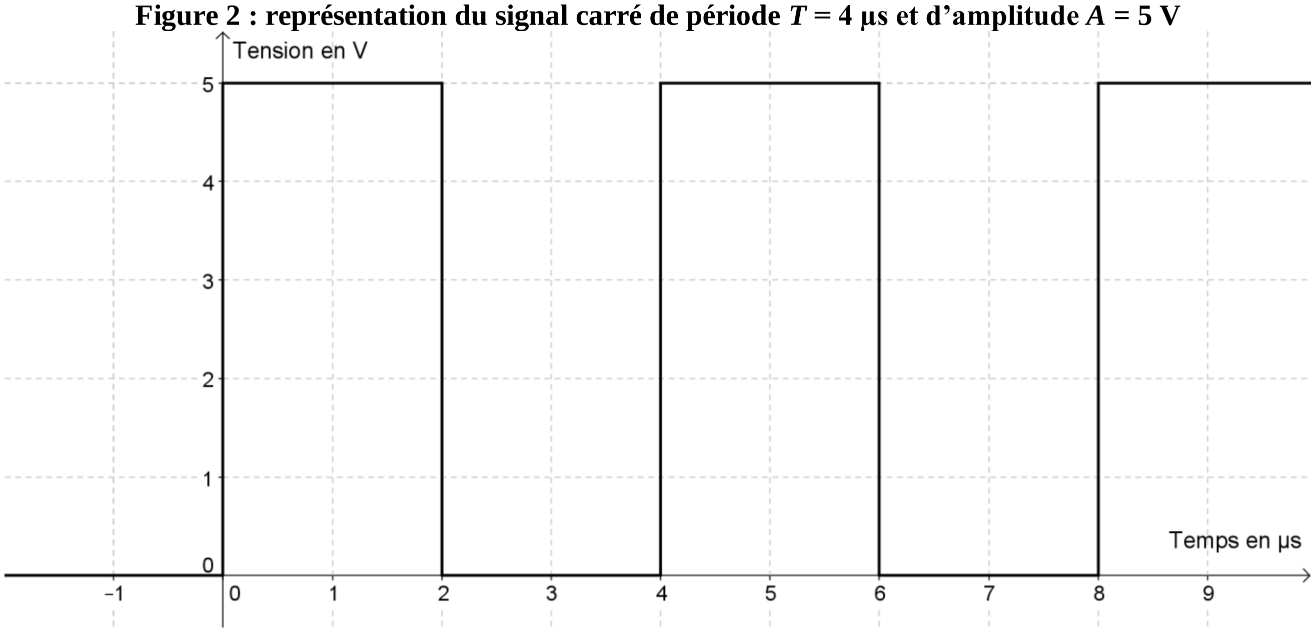

Figure 3 : représentation du signal trapézoïdal de période T = 4 µs, d'amplitude A = 5 V et de temps de montée et de descente égaux à αT=0,4