

Déplacement d'un robot spatial

Fiche synthétique de l'activité

- ✓ *Modules concernés* : configurations géométriques, fonctions d'une variable réelle et modélisation du signal (fonction arctangente).
- ✓ *Thème* : utilisation de la trigonométrie dans le cadre d'une situation issue de la mécanique.
- ✓ *Objectifs de l'activité* : Exploiter les résultats usuels de la trigonométrie et la fonction arctangente dans le contexte de la mécanique.
- ✓ *Prérequis nécessaires* : angles remarquables, résultats usuels de trigonométrie et bases d'algorithmique.
- ✓ *Compétences visées* :
 - s'informer (exemple dans l'activité proposée : extraire l'information utile contenue dans la présentation du problème) ;
 - chercher (exemple dans l'activité proposée : chercher, découvrir et exploiter les outils permettant la construction de la figure 3 à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique) ;
 - modéliser (exemple dans l'activité proposée : modéliser la situation mécanique décrite au prolongement n°2) ;
 - raisonner/argumenter (exemple dans l'activité proposée : déterminer une relation algébrique les mesures a et b des angles par inférence) ;
 - calculer/illustrer/mettre en œuvre une stratégie (exemple dans l'activité proposée : mener des calculs dans le cadre de la trigonométrie, en analysant la pertinence des valeurs obtenues en lien avec la situation mécanique étudiée) ;
 - communiquer (exemple dans l'activité proposée : écrire un algorithme de façon compréhensible).
- ✓ *Capacités du programme travaillées* : Utiliser les acquis de géométrie pour la mesure d'un angle en degrés.
- ✓ *Outils logiciels* : un logiciel de géométrie dynamique, et éventuellement un logiciel d'algorithmique pour programmer les deux algorithmes demandés à la fin du prolongement n°1.
- ✓ *Approfondissements ou modifications possibles, différenciation* : voir propositions dans l'énoncé.
- ✓ *Interdisciplinarité* : situation issue de la mécanique.

Activité

Le but est d'étudier le déplacement d'un robot inspiré des robots utilisés par la NASA pour l'exploration de Mars. Ce robot est doté de six roues : les deux roues centrales sont libres et les quatre autres roues sont motrices et directrices. (Voir figure 1.)

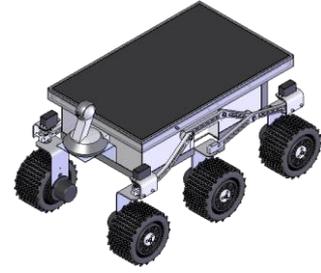


Figure 1

Pour des raisons de symétrie, on étudie le déplacement de la moitié du robot. On note :

- * d la distance entre les centres des deux roues avant (même distance pour les roues centrales et arrières) ;
- * l la distance entre les centres d'une roue avant et de la roue centrale du même côté.

Lorsque le rover tourne, a (respectivement b) est la mesure en degrés de l'angle orienté entre l'axe du véhicule et la roue extérieure (respectivement la roue intérieure).

(Voir figure 2 qui représente la moitié avant du robot amorçant un virage à droite.)

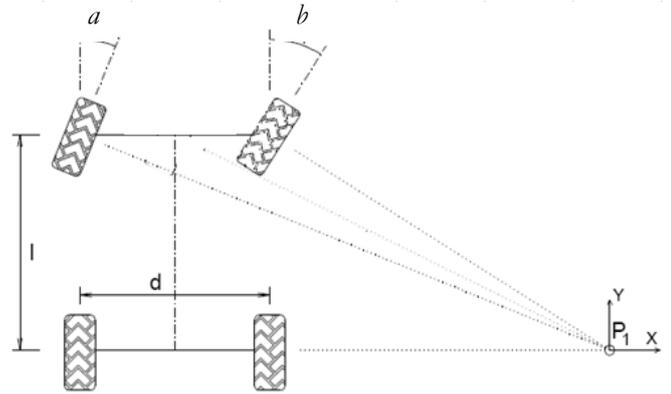


Figure 2

On assimile les roues de la moitié-avant du robot à leurs centres respectifs A, B, C et D : ABCD est alors un rectangle de dimensions d et l . On appelle Δ et Δ' les perpendiculaires à la direction prises par les roues tournées. D'un point de vue mécanique, pour que les roues tournent sans glisser, il faut que ces deux droites soient sécantes en un point E situé sur la droite (CD). Enfin, par symétrie, on étudie uniquement le cas d'un virage à gauche : a est dans l'intervalle $]0,90[$. (Voir figure 3.)

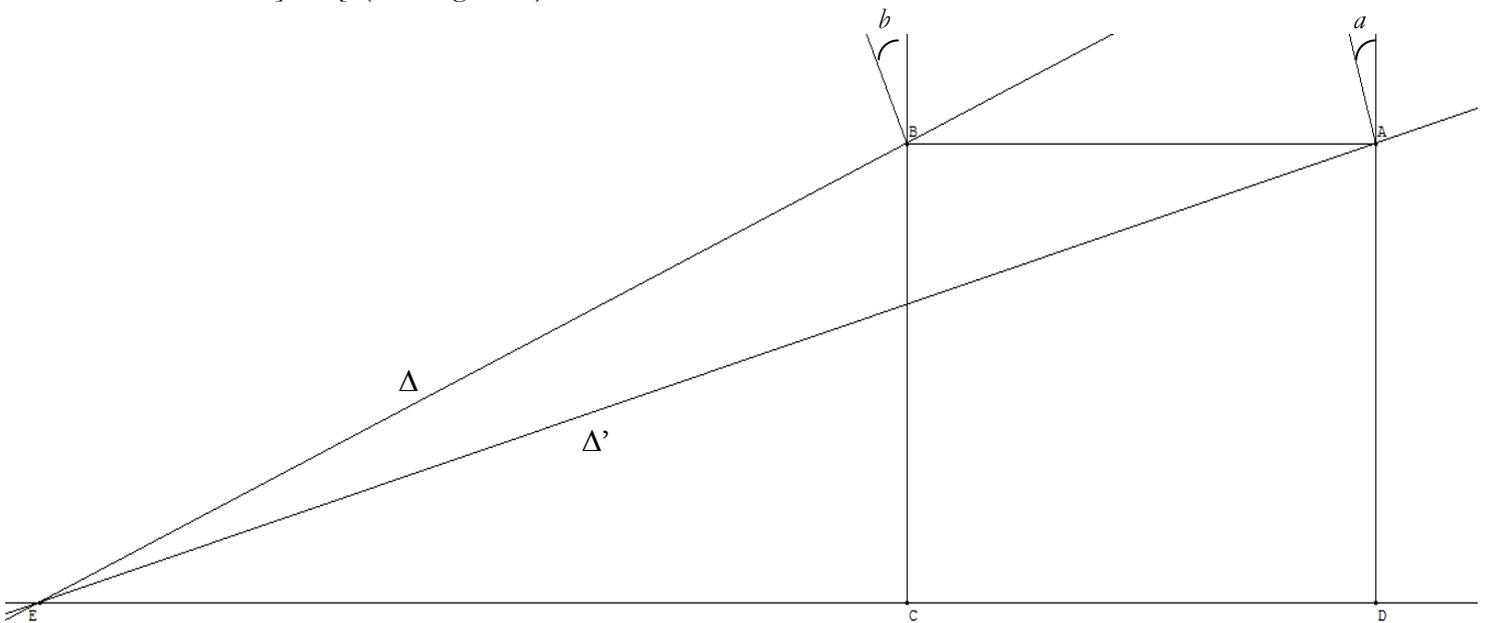


Figure 3

Dans tout ce qui suit, on prend : $d = 320$ mm et $l = 261,5$ mm.

Partie A : étude du virage du robot à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique

- 1- Construire la figure 3 à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique (on introduira une variable réelle libre a dans l'intervalle $]0,90[$ et on construira géométriquement l'angle de mesure b correspondant).
- 2- En utilisant la construction obtenue, répondre alors aux questions suivantes.
 - a) Si $a = 16^\circ$, donner une valeur approchée à 0,1 degré près de b pour que le robot puisse effectuer un virage à gauche.
 - b) On note a_0 la valeur de la mesure a tel que $b = 90^\circ$ (roue intérieure perpendiculaire à l'axe du véhicule). Donner une valeur approchée à 0,1 degré près de a_0 .
 - c) Construire l'ensemble des points de coordonnées (a, b) où a et b sont les mesures des angles tels que le robot puisse effectuer le virage à gauche.

Partie B : étude du virage du robot à l'aide de la trigonométrie

- 1- Déterminer la valeur exacte de a_0 . Comparer le résultat avec la valeur approchée obtenue à la question 2-b) de la partie A.
- 2- Dans cette question 2- uniquement, on suppose que a appartient à l'intervalle $]0, a_0[$.
 - a) Justifier que a est une mesure de l'angle \widehat{AED} puis que b est une mesure de l'angle \widehat{CEB} .
 - b) En déduire que $\frac{1}{\tan(a)} - \frac{1}{\tan(b)} = \frac{d}{l}$.
 - c) Si $a = 16^\circ$, quelle valeur doit prendre b pour que le robot puisse effectuer un virage à gauche ? Comparer le résultat avec la valeur approchée obtenue à la question 2-a) de la partie A.
- 3- Dans cette question 3- uniquement, on suppose que a appartient à l'intervalle $]a_0, 90[$. En s'inspirant de la démarche de la question 2-, montrer que la relation $\frac{1}{\tan(a)} - \frac{1}{\tan(b)} = \frac{d}{l}$ est encore vraie.

Prolongement possible n°1 : programmation du virage du robot

Dans ce qui suit, on note a (respectivement \tilde{b}) la mesure en radians de l'angle orienté entre l'axe du véhicule et la roue extérieure (respectivement la roue intérieure). On se place toujours dans le cas d'un virage à gauche :

a appartient à l'intervalle $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ et pour tout $a \neq a_0$, $\frac{1}{\tan(a)} - \frac{1}{\tan(\tilde{b})} = \frac{d}{l}$.

- 1- Dans cette question 1- uniquement, on suppose que a appartient à l'intervalle $\left]0; a_0\right[$.
 - a) Dans quel intervalle est alors \tilde{b} ?
 - b) Déterminer alors une expression de \tilde{b} en fonction de a à l'aide de la fonction arctangente.
- 2- Dans cette question 2- uniquement, on suppose que a appartient à l'intervalle $\left]a_0; \frac{\pi}{2}\right[$.
 - a) Dans quel intervalle est alors \tilde{b} ?
 - b) On admet que pour tout réel x de l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$, $\arctan(\tan x) = x - \pi$. Déterminer alors une expression de \tilde{b} en fonction de a à l'aide de la fonction arctangente.
- 3- a) À l'aide de ce qui précède, écrire un algorithme tel qu'une fois la valeur de a saisie, l'algorithme détermine la valeur \tilde{b} à prendre pour que le robot puisse effectuer le virage à gauche.
 - b) En déduire un algorithme tel qu'une fois la valeur de a saisie, l'algorithme détermine la valeur b à prendre pour que le robot puisse effectuer le virage à gauche. (Un tel algorithme permet de commander le robot pour effectuer un virage à gauche).

Prolongement possible n°2 : tour sur place du robot

On étudie ici le cas où le robot fait un tour sur place. On appelle F et G les centres des deux roues arrière du robot (A, D, G étant d'un même côté du robot). Les points A, B, F et G sont donc sur un cercle de centre I, où I est le milieu de [CD]. Du point de vue mécanique, les roues tournent sans glisser donc leurs directions respectives sont tangentes à ce cercle. Avec les notations initiales, on a donc $b = -a$.

Enfin, on étudie seulement le cas où la roue avant-gauche tourne vers la droite et la roue avant-droite vers la gauche. (Voir figure 4.)

1- À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, conjecturer qu'il existe une seule valeur a_1 de l'angle a dans l'intervalle $]0,90[$ tel que le robot puisse effectuer ce tour sur place et en donner une valeur approchée à 0,1 degré près.

2- Déterminer la valeur exacte de a_1 . Comparer le résultat avec la valeur approchée obtenue à la question 1-.

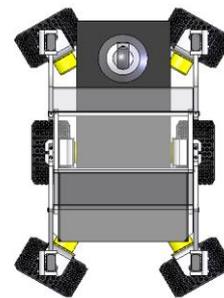


Figure 4