**Les nombres complexes :**

***Programme complémentaire en vue de la préparation à une poursuite d’études***



1. ***L’ensemble des complexes et le nombre i :***

Sur la calculatrice :

* Calculer

On trouve : …………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

* Calculer

On trouve : ………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

On ne peut pas calculer la racine carrée d’un nombre négatif dans l’ensemble des réels.

Mais la racine carrée d’un nombre réel négatif existe dans l’ensemble des nombres complexes.

* Changer le mode de votre calculatrice, pour passer en mode complexe :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Texas Instrument** | **Casio** | **Numworks** |
| Appuyer sur la touche modeA la 8ème ligne choisir *a+bi* au lieu de *RéEL*Revenir sur l’écran de calcul avec les touches 2nde mode.Puis refaire le calcul. | Dans le menu 1:RunMath, appuyer sur les touches Shift Menu puis choisir a+bi dans l’onglet Complex Mode.Appuyer sur Exe puis refaite le calcul. | Dans l’application Paramètres.Mettre Algébrique dans l’onglet Forme complexe.Puis retourner faire le calcul dans l’application Calculs. |

* En mode complexe, calculer

On trouve : ………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

Il existe un ensemble de nombres noté , appelé l’ensemble des nombres complexes tel que :

Le nombre est un nombre dont le carré vaut -1.

On a

Il en découle que .

 et

1. ***La forme algébrique d’un nombre complexe :***
2. **Définition :**

Tout nombre complexe s’écrit sous forme algébrique : (ou et étant des réels.

 est appelé partie réelle de .

et est appelé partie imaginaire de .

Si , alors et est un réel.

Si , alors et est un imaginaire pur.

1. **Représentation graphique :**

On se place dans un plan rapporté à un repère orthonormal direct .

A tout point M de coordonnées (*a ;b*) on peut associer le nombre complexe , on dit que est l’affixe du point M.

 correspond à son abscisse et correspond à son ordonnée.

A tout vecteur de coordonnées on peut associer le nombre complexe , on dit que est l’affixe du vecteur .

M est appelé image du nombre complexe .



1. **Conjugué d’un complexe :**

On appelle conjugué d’un nombre complexe , le nombre . (on lit ).

On l’obtient en changeant uniquement le signe de la partie imaginaire.

Graphiquement, le point M2 d’affixe est le symétrique de M1 d’affixe par rapport à l’axe des abscisses.



EXEMPLES :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ……………………..……………………… | ………..…………………………….. | ………..…………………………….. | ………..…………………………….. |



EXERCICES 1 et 2 : en suivant le lien : <https://learningapps.org/watch?v=p5ukc87vn22> ,

réaliser l’exercice en ligne n° 1 et 2.

1. **Calculs avec des nombres complexes :**

Soient 2 nombres complexes et tels que et  :

 et sont égaux si et seulement si ils ont la même partie réelle et la même partie imaginaire.

***La somme :***

La somme de deux nombres complexes est donnée par :

*Méthode :* Pour réaliser la somme (addition et/ou soustraction) de nombres complexes, on regroupe les parties réelles entre elles et on fait de même avec les parties imaginaires.

EXEMPLES :

Soit et

* Calculer ……………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

* Calculer ……………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

* Calculer ……………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..

***Le produit :***

Le produit d’un nombre complexe par un réel est donné par :

*Méthode :* Le produit par un réel se réalise par un développement classique en respectant les règles de signe.

EXEMPLES :

* Calculer ………………………………………………………………………………………………………………………………………………….
* Calculer ……………………………………………………………………………………………………………………………………………….

Le produit de deux nombres complexes est donné par :

*Méthode :* Pour réaliser le produit de 2 nombres complexes on suit les étapes suivantes :

* Réalisation de la double distributivité.
* Remplacement de par s’il est présent.
* Application des règles de la somme.

EXEMPLES :

* Calculer ……………………………………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..

* Calculer ………………………………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..

*Remarque*: le produit d’un nombre complexe par son conjugué est un nombre réel.

EXERCICE 3 :

Réaliser les calculs suivants, puis vérifier vos réponses en suivant le lien : <https://learningapps.org/watch?v=p5ukc87vn22>

Soient les nombres complexes suivants : ; et .

* Calculer
* Calculer
* Calculer
* Calculer
* Calculer
* Calculer
* Calculer
* Calculer
* Calculer
* Calculer
* Calculer
* Calculer
* Calculer

***Le quotient de 2 nombres complexes :***

*Méthode*: Pour réaliser le quotient de nombres complexes on suit les étapes suivantes :

1. On multiplie le numérateur et le dénominateur par le conjugué du dénominateur.
2. On réalise les produits au numérateur et au dénominateur.
3. On écrit le nombre complexe sous la forme .
4. On simplifie la partie réelle et imaginaire si possible.

EXEMPLES :

* Simplifier

EXERCICES 4 :

Simplifier les quotients suivants puis vérifier vos réponses en suivant le lien : <https://learningapps.org/watch?v=p5ukc87vn22>

Simplifier

Simplifier

Simplifier

Simplifier

Simplifier

Simplifier

Simplifier

Simplifier

RAPPEL SUR LE CERCLE TRIGONOMETRIQUE :

EXERCICE 5 : en suivant le lien : <https://learningapps.org/watch?v=p5ukc87vn22> .

réaliser l’exercice en ligne n° 5 puis compléter les mesures principales des angles en radian sur le rappel ci-dessous :



1. ***La forme trigonométrique d’un nombre complexe:***
2. **Module d’un complexe :**

Le module du complexe est le réel positif noté ou tel que .

Le module d’un nombre complexe correspond à la distance entre l’image M de et l’origine du repère.

Il correspond à la norme du vecteur .

Module d’un produit :

Module d’un quotient : et

1. **Argument d’un complexe non nul :**

On appelle argument de tout nombre réel tel que ,

On note

 vérifie et .

1. **Forme trigonométrique d’un nombre complexe :**

Tout nombre complexe non nul peut s’écrire sous la forme

avec : (l’argument de et le module de .

On écrit également .



***Méthode :*** comment passer de la forme algébrique à la forme trigonométrique :

Calculer le module, puis l’argument du nombre complexe et en déduire la forme trigonométrique.

EXERCICE 6 : Déterminer le module et l’argument puis écrire les nombres complexes suivant sous forme trigonométrique, puis vérifier vos réponses en suivant le lien : <https://learningapps.org/watch?v=p5ukc87vn22>  :

*Méthode :* Comment passe de la forme trigonométrique à la forme algébrique :

Dans la forme trigonométrique :

On repère le module et l’argument du nombre complexe.

On calcul et . On en déduit .

Ecrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

***Les Nombre complexe***

***Forme algébrique :***

 partie réelle de

 partie imaginaire de

L’affixe d’un point de coordonné est

L’affixe d’un vecteur

Tel que

Le conjugué de  :

***Les Nombre complexe***

***Forme trigonométrique :***

L’argument d’un complexe noté

Module d’un complexe noté