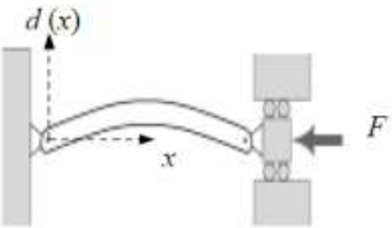
Nom : BTS CRSA – 2013 - 2014
Prénom :

Contrôle en Cours de Formation
Deuxième période

Poursuivre les recherches en attendant le professeur.
Appeler le professeur si besoin.
L'utilisation d'un logiciel, d'une calculatrice est autorisée
Il existe une fiche d'aide pour les questions signalées par ♦

Exercice 1 : flambement d'une poutre



On se propose d'étudier la déformation élastique d par flambement d'une poutre arquée. On soumet cette poutre à une force longitudinale d'intensité F, conformément au schéma ci-dessus. On montre que la déformation élastique d qu'elle subit est solution de l'équation différentielle suivante :

$$(E) : y'' + \omega^2 y = -\omega^2 \sin(\pi x) ,$$

dans laquelle y désigne une fonction de la variable x, définie sur l'intervalle $[0; 1]$, admettant des dérivées première et seconde sur cet intervalle et où ω est un nombre réel de l'intervalle $]0; \pi[$ et dépendant de F.
Les conditions intiales vérifiées par la fonction d solution de (E) sont : $d(0) = 0$ et $d(1) = 0$

1) A l'aide d'un logiciel de calcul formel :
   a) Déterminer le réel a tel que la fonction h définie sur $[0; 1]$ par $h(x) = a \times \sin(\pi x)$ soit une solution particulière de (E).
   b) Déterminer la solution générale de (E). ***Appeler le professeur pour expliquer votre démarche***

2) A l'aide des conditions imposées à la fonction d, déterminer une expression de d en fonction de ω.

Appeler le professeur pour vérification

3) A l'aide d'un logiciel, représenter la fonction d puis conjecturer la valeur de x pour laquelle la déformation élastique est maximale.
   Conjecturer alors une expression du maximum en fonction de ω.

Appeler le professeur

Exercice 2 :

Dans un centre d'assistance téléphonique, chaque client doit patienter avant d'être mis en relation avec un conseiller.

Partie A :

On admet que 5% des clients attendent plus de 8 minutes.
Un sondage réalisé par ce centre consiste à demander à 60 clients choisis au hasard s'ils ont attendu plus de 8 minutes. On suppose que les durées d'attente sont indépendantes des unes des autres et que le nombre de clients est suffisamment grand pour que ce choix au hasard soit assimilé à un tirage avec remise.

♦ Proposer une démarche permettant d'estimer la probabilité qu'au moins 6 clients attendent plus de 8 minutes.

Appeler le professeur pour valider votre démarche.

Calculer cette probabilité.

Partie B :

Les clients se plaignent d'attendre trop longtemps, une enquête est alors effectuée sur un échantillon de 100 personnes. Les résultats sont les suivants :

Temps d'attente en minutes	$]0;2]$	$]2;3]$	$]3;4]$	$]4;5]$	$]5;6]$	$]6;8]$	$]8;12]$
Nombre de clients	13	16	19	17	15	15	5

On admet que la répartition du nombre de clients est régulière dans chacun des intervalles.

1) Calculer le temps d'attente moyen μ_e de cet échantillon.

♦ 2) On souhaite construire un test unilatéral pour vérifier si le temps d'attente moyen μ n'est pas supérieur à 4 minutes.

On note D la variable aléatoire qui, à chaque client associe son temps d'attente, exprimé en minutes.

La variable D suit la loi normale de moyenne μ inconnue et d'écart-type $\sigma = 2{,}24$.

On désigne par $\overline{D}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 100 clients choisis au hasard associe la moyenne de leur temps d'attente. Le nombre de clients est suffisamment élevé pour que l'on puisse assimiler ce choix à un tirage avec remise.

Construire et utiliser un test de validité d'hypothèse unilatéral permettant d'accepter ou de refuser, au seuil de 5%, l'hypothèse selon laquelle la moyenne des temps d'attente n'est pas supérieure à 4 minutes.

Appeler le professeur pour expliquer votre démarche.